«بسمه‌تعالی»

اولین و بزرگترین مرکز
آموزش‌های حرفه‌ای ساختمان

مجموعه جزوات کلاسی

تحلیل دینامیک طیفی

براساس استاندارد ۲۸۰۰

ویرایش سوم– ۱۳۸۴

تهیه و تنظیم: امیرحسین خلوتی

www.khalvati.ir

به نام خدا

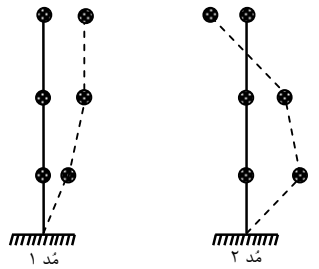
مقدمه:

براساس استاندارد ۲۸۰۰ در ساختمان‌های نامنظم و بلندمرتبه استفاده از تحلیل دینامیکی الزامی می‌باشد. تحلیل‌های دینامیکی به دو شکل تاریخچه زمانی و دینامیکی طیفی قابل انجام می‌باشند. در زیر روند انجام تحلیل دینامیکی طیفی در قالب یک مثال برای یک ساختمان متعارف تشریح شده است.

مثال-

در یک ساختمان مسکونی سه طبقه که در منطقه‌ای با خطر نسبی زیاد و بر روی خاک نوع II با سیستم قاب خمشی فولادی معمولی احداث شده است، وزن هر طبقه ۸۰ ton و سختی هر طبقه ۱۰۰ ton/cm می‌باشد. اگر ارتفاع هر طبقه ۳ متر باشد، مطلوب است تعیین بازتاب‌های این سازه با انجام تحلیل دینامیکی طیفی براساس طیف طرح استاندارد ۲۸۰۰، مقدار g را ۱۰ فرض نمایید. ماتریس بردارهای شکل مُدی و زمان تناوب‌های سازه به کمک اصول دینامیک سازه‌ها محاسبه شده‌اند و به شرح داده شده می‌باشند:

$T_1 = ۰/۴^{sec}$; $T_2 = ۰/۱۴^{sec}$; $T_3 = ۰/۰۹۸^{sec}$



$$\Phi = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱/۸۰۲ & ۰/۴۴۵ & -۱/۲۴۷ \\ ۲/۲۴۷ & -۰/۸۰۲ & ۰/۵۵۵ \end{bmatrix}$$

ماتریس جرم: یک ماتریس قطری می‌باشد که آرایه‌های روی قطر، جرم طبقات می‌باشد.

محاسبه جرم مُدی:

$$M_n = \Phi_n^T [M] \Phi_n \qquad m_۰ = \frac{w}{g} = \frac{۸۰}{۱۰} = ۸ \ \ ton \ .s^۲/m$$

$$M_۱ = \begin{bmatrix} ۱ & ۱/۸۰۲ & ۲/۲۴۷ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱/۸۰۲ \\ ۲/۲۴۷ \end{bmatrix} = ۹/۲۹۶ \ m_۰ = ۷۴/۳۷ \ ton.s^۲/m$$

$$M_۲ = \begin{bmatrix} ۱ & ۰/۴۴۵ & -۰/۸۰۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰/۴۴۵ \\ -۰/۸۰۲ \end{bmatrix} = ۱/۸۴۱ \ m_۰ = ۱۴/۷۳ \ ton.s^۲/m$$

$$M_۳ = \begin{bmatrix} ۱ & -۱/۲۴۷ & ۰/۵۵۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱/۲۴۷ \\ ۰/۵۵۵ \end{bmatrix} = ۲/۸۶۳ \ m_۰ = ۲۲/۹۰ \ ton.s^۲/m$$

www.KHALVATI.ir

محاسبه ضریب تحریک هر مُد:

$$L_n = \Phi_n^T [M] r$$

$$L_۱ = \begin{bmatrix} ۱ & ۱/۸۰۲ & ۲/۲۴۷ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۵/۰۴۹\ m_۰ = ۴۰/۳۹\ ton.s^۲/m$$

$$L_۲ = \begin{bmatrix} ۱ & ۰/۴۴۵ & -۰/۸۰۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰/۶۴۳\ m_۰ = ۵/۱۴۴\ ton.s^۲/m$$

$$L_۳ = \begin{bmatrix} ۱ & -۱/۲۴۷ & ۰/۵۵۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & m_۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & m_۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰/۳۰۸\ m_۰ = ۲/۴۶۴\ ton.s^۲/m$$

محاسبه وزن مُدی:

$$W_n = \frac{L_n^۲}{M_n} . g$$

$$W_۱ = \frac{L_۱^۲}{M_۱} . g = \frac{(۴۰/۳۹)^۲}{۷۴/۳۷} * ۱۰ = ۲۱۹/۳۵۰\ ton \Rightarrow \frac{۲۱۹/۳۶}{۲۴۰} = \%۹۱/۴$$ درصد وزن مؤثر

$$W_۲ = \frac{L_۲^۲}{M_۲} . g = \frac{(۵/۱۴۴)^۲}{۱۴/۷۳} * ۱۰ = ۱۷/۹۶\ ton \Rightarrow \frac{۱۷.۹۶}{۲۴۰} = \%۷/۵$$ درصد وزن مؤثر

$$W_۳ = \frac{L_۳^۲}{M_۳} . g = \frac{(۲/۴۶۴)^۲}{۲۲/۹۰} * ۱۰ = ۲/۶۵\ ton \Rightarrow \frac{۲/۶۵}{۲۴۰} = \%۱/۱$$ درصد وزن مؤثر

محاسبه شتاب طیفی Sa_n در هر مد با استفاده از طیف طرح : (استاندارد یا ویژه)

$$Sa_n = (\frac{ABI}{R})_n \times g \qquad (T_S = ۰/۵\ ,\ T_۰ = ۰/۱\ ,\ S = ۱/۵)$$

$$T_۱ = ۰/۴ \Rightarrow B_۱ = ۲/۵ \Rightarrow Sa_۱ = \frac{۰/۳ \times ۲/۵ \times ۱}{۶} g = ۰/۱۲۵ g$$

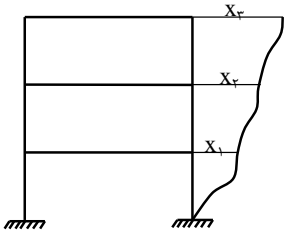
$$T_۲ = ۰/۱۴ \Rightarrow B_۲ = ۲/۵ \Rightarrow Sa_۲ = ۰/۱۲۵ g$$

$$T_۳ = ۰/۰۹۸ \Rightarrow B_۳ \cong ۲/۵ \Rightarrow Sa_۳ = ۰/۱۲۵ g$$

محاسبه بازتاب‌ها

محاسبه تغییر مکان جانبی طبقات در هر مُد:

$$X_n = \Phi_n \frac{L_n}{M_n} . S_d = \Phi_n \frac{L_n}{M_n} . \frac{T_n^۲}{۴\pi^۲} . Sa_n$$



WWW.KHALVATI.ir

$$\text{مُد اول} \Rightarrow x_1 = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱/۸۰۲ \\ ۲/۲٤۷ \end{bmatrix} \frac{٤۰/۳۹}{۷٤/۳۷} * \frac{۰/٤^۲}{٤\pi^۲} * ۰/۱۲٥\,g = ۲/۷٥\times۱۰^{-۳} \quad \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱/۸۰۲ \\ ۲/۲٤۷ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲/۷٥ \\ ٤/۹٥ \\ ٦/۱۸ \end{bmatrix} \times ۱۰^{-۳} \ (m)$$

تغییر مکان طبقات در مُد اول: $x_1 = ۲/۷٥\times۱۰^{-۱}$; $x_2 = ٤/۹٥\times۱۰^{-۱}$; $x_3 = ٦/۱۸\times۱۰^{-۱}$ (cm)

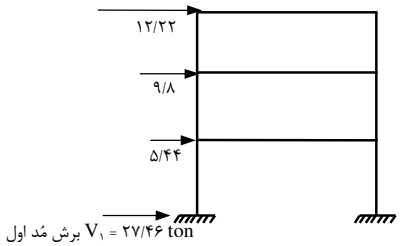
تغیر مکان نسبی هر طبقه:
$$\begin{cases} x_{r1} = x_1 \\ x_{r2} = x_2 - x_1 = ۲/۲ \times ۱۰^{-۱} \ cm \\ x_{r3} = x_3 - x_2 = ۱/۲۳ \times ۱۰^{-۱} \ cm \end{cases}$$

$$\text{مُد دوم} \Rightarrow x_2 = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰/٤٤٥ \\ -۰/۸۰۲ \end{bmatrix} \frac{٥/۱٤٤}{۱٤/۷۳} * \frac{۰/۱٤^۲}{٤\pi^۲} * ۰/۱۲٥\,g = ۲/۱۷\times۱۰^{-٤} \quad \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰/٤٤٥ \\ -۰/۸۰۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲/۱۷ \\ ۰/۹٦ \\ -۱/۷٤ \end{bmatrix} \times ۱۰^{-٤} \ (m)$$

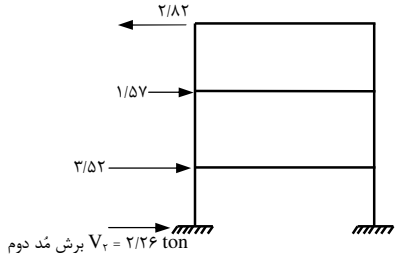
$$\text{مُد سوم} \Rightarrow x_3 = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱/۲٤۷ \\ ۰/٥٥٥ \end{bmatrix} \frac{۲/٤۰٤}{۲۲/۹۰} * \frac{۰/۱^۲}{٤\pi^۲} * ۰/۱۲٥\,g = ۳/٤\times۱۰^{-٥} \quad \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱/۲٤۷ \\ ۰/٥٥٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰/۳٤ \\ -۰/٤۲ \\ ۰/۱۹ \end{bmatrix} \times ۱۰^{-٤} \ (m)$$

محاسبه شتاب و نیروی طبقات در هر مد:

$$\ddot{X}_n = \Phi_n \frac{L_n}{M_n} Sa_n \ \Rightarrow \ f_n = [M]\ddot{X}_n$$

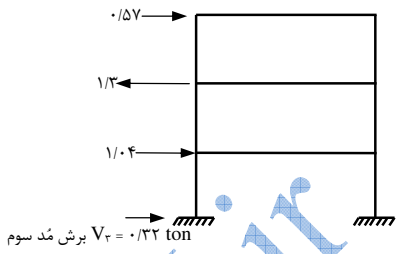


$$f_1 = \begin{bmatrix} m_\circ & \circ & \circ \\ \circ & m_\circ & \circ \\ \circ & \circ & m_\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱/۸۰۲ \\ ۲/۲٤۷ \end{bmatrix} \underbrace{\frac{٤۰/۳۹}{۱٤/۳۷} \times ۰/۱۲٥\,g}_{۰/٦۸} = ۰/٦۸ \begin{bmatrix} m_\circ \\ ۱/۸۰۲\,m_\circ \\ ۲/۲٤۷\,m_\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥/٤٤ \\ ۹/۸ \\ ۱۲/۲۲ \end{bmatrix} (ton) \quad (m_\circ = ۸ \ ton)$$



WWW.KHALVATI.ir

$$f_۲=\begin{bmatrix}۸&۰&۰\\۰&۸&۰\\۰&۰&۸\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\۰/۴۴۵\\-۰/۸۰۲\end{bmatrix}\underbrace{\frac{۵/۱۴۴}{۱۴/۷۳}\times۰/۱۲۵g}_{۰/۴۴}=۰/۴۴\begin{bmatrix}۸\\۳/۵۶\\-۶/۴۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳/۵۲\\۱/۵۷\\-۲/۸۲\end{bmatrix}\ (ton)$$



$$f_۳=\begin{bmatrix}۸&۰&۰\\۰&۸&۰\\۰&۰&۸\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\-۱/۲۴۷\\۰/۵۵۵\end{bmatrix}\underbrace{\frac{۲/۴۶۴}{۲۲/۹۰}\times۰/۱۲۵g}_{۰/۱۳}=۰/۱۳\begin{bmatrix}۸\\-۹/۹۸\\۴/۴۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱/۰۴\\-۱/۳\\۰/۵۷\end{bmatrix}\ (ton)$$

محاسبه برش پایه به روش دیگر:

$$V_n=\frac{L_n^۲}{M_n}.Sa_n=\frac{w}{g}.Sa_n=w.\frac{S_a}{g}$$

$$V_۱=\frac{۴۰/۳۹^۲}{۷۴/۳۷}\times۰/۱۲۵g=۲۷/۴۲\cong۲۷/۴۶\ ton$$

$$V_۲=\frac{۵/۱۴۴^۲}{۱۴/۷۳}\times۰/۱۲۵g=۲/۲۵\cong۲/۲۶\ ton$$

$$V_۳=\frac{۲/۴۶۴^۲}{۲۲/۹۰}\times۰/۱۲۵g=۰/۳۳\cong۰/۳۲\ ton$$

به نسبت اعداد و برش‌ها در مدهای دوم و سوم دقت شود. این سازه منظم بوده است.

محاسبه لنگر واژگونی:

$$OM_n=[h][f_n]$$

$$OM_۱=\begin{bmatrix}۳&۶&۹\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۵/۴۴\\۹/۸\\۱۲/۲۲\end{bmatrix}=۱۸۵/۱\ t.m$$ ساعتگرد

$OM_۲=-۵/۴\ t.m$ در خلاف عقربه‌های ساعت

$OM_۳=۰/۴۵\ t.m$ ساعتگرد

ترکیب اثرات مُدها:

الف- انتخاب تعداد مُدهای مؤثر در نوسان، براساس حداکثر سه مقدار زیر است:

الف- ۱- حداقل سه مُد اول نوسان (در این مثال ۳)

www.KHALVATI.ir

الف-۲ - مُدهای با پریود بیش از ۰/۴ ثانیه (در این مثال ۰)

الف- ۳- تعداد مُدهایی که با در نظر گرفتن آنها حداقل ۹۰٪ جرم در محاسبات منظور شود (در این مثال ۱)

⇐ نتیجه آنکه ۳ انتخاب می‌شود.

ب- ترکیب اثرات مدهای مؤثر:

به عنوان مثال برای برش و تغییر مکان محاسبه می‌کنیم.

$$A:SRSS\Rightarrow\begin{cases}V=\sqrt{۲۷/٤٦^{۲}+۲/۲٦^{۲}+۰/۳۲^{۲}}=۲۷/۵۵\ \text{ton}\\ \Delta_{\text{بام}}=\sqrt{[٦/۱۸^{۲}+(-۰/۱۷٤)^{۲}+(۰/۰۱۹)^{۲}]\times۱۰^{-٦}}=٦/۱۸\times۱۰^{-۳}\ (\text{m})\end{cases}$$

ملاحظه می‌شود اثر مدهای دوم و سوم بسیار ناچیز است.

اگر نسبت پریود کوچکتر به بزرگتر در مُدهای متوالی از ۰/۶۷ بیشتر باشد، اصطلاحاً مُدها را وابسته یا درگیر می‌نامیم و از روش CQC برای ترکیب استفاده می‌شود:

$$B:CQC\Rightarrow$$

$$r_{۱۲}=\frac{T_{۲}}{T_{۱}}=\frac{۰/۱٤}{۰/٤}=۰/۳۵\le۰/٦۷\,;\,r_{۲۳}=\frac{T_{۳}}{T_{۲}}=\frac{۰/۰۹۸}{۰/۱٤}=۰/۷>۰/٦۷\,;\,r_{۱۳}=\frac{T_{۳}}{T_{۱}}=\frac{۰/۰۹۸}{۰/٤}=۰/۲٤۵<۰/٦۷$$

با توجه به نسبت‌های بالا استفاده از CQC الزامی است. ρ: ضریب بین مدی یا ضریب همبستگی بین مدی است.

$$\begin{cases}\rho_{۱۲}=\dfrac{۸\times۰/۰۵^{۲}(۱+۰/۳۵)۰/۳۵^{(۳/۲)}}{(۱-۰/۳۵^{۲})^{۲}+٤\times۰/۰۵^{۲}\times۰/۳۵(۱+۰/۳۵)^{۲}}=۰/۰۰۷۲\\ \rho_{۱۳}=\dfrac{۸\times۰/۰۵^{۲}\times(۱+۰/۲٤۵)۰/۲٤۵^{(۳/۲)}}{(۱-۰/۲٤۵^{۲})^{۲}+٤\times۰/۰۵^{۲}\times۰/۲٤۵\ (۱+۰/۲٤۵)^{۲}}=۰/۰۰۳٤\\ \rho_{۲۳}=۰/۰۷۱\end{cases}$$

این عدد از بقیه خیلی بزرگتر است و همبستگی بین مد دو و سه زیاد است

نکته: $\rho_{ii}=۱$ می‌باشد.

مقادیر بازتاب‌ها باعلامت جبری باید ضرب شود، خصوصاً در تغییر مکان این مطلب حایز اهمیت است.

$$V=\sqrt{v_{۱}^{۲}+v_{۲}^{۲}+v_{۳}^{۲}+۲\rho_{۱۲}v_{۱}v_{۲}+۲\rho_{۲۳}v_{۲}v_{۳}+۲\rho_{۱۳}v_{۱}v_{۳}}$$

$$v=\sqrt{۲۷/٤٦^{۲}+۲/۲٦^{۲}+۰/۳۲^{۲}+۲*۰/۰۷۱*۲/۲٦*۰/۳۲+۲*۰/۰۰۳٤*۲۷/٤٦*۲/۲٦+۲*۰/۰۰۷۲*۲۷/٤٦*۰/۳۲}=۲۷/۵۷\ \text{ton}$$

⇐ملاحظه می‌شود تغییر زیادی ایجاد نشد.

نکات:

۱. مُد دوم و سوم به هم خیلی نزدیک بودند و ضمناً مقدارشان نیز خیلی کم است.

۲. ضریب ρ_{mn} به ازاء مقادیر r نزدیک به یک مقدار قابل توجهی دارد و در سایر موارد قابل چشم‌پوشی است.

۳. اگر میرایی صفر باشد ($\zeta=۰$) در این صورت نتیجه روش CQC و SRSS برابر می‌شود، زیرا $\rho_{mn}=۰$ می‌شود.

۴. میرایی می‌تواند در مُدهای مختلف فرق کند که در این صورت رابطه ρ_{mn} عوض می‌شود.

www.KHALVATI.ir

۵. برش پایه نهایی را نمی‌توان در ارتفاع توزیع کرد، بلکه باید نیروی هر طبقه را با ترکیب مُدی به دست آورد تا نیروی طراحی محاسبه گردد.

۶. در حالت لب مرزی $\rho = ۰/۰۵۶۸ \Rightarrow r = ۰/۶۷$ و می‌توان نتیجه گرفت در حالتی که $\rho > ۰/۰۵۶۸$ باشد، مُدها درگیر هستند.

حل به روش استاتیکی:

$$V_{st} = C \,.\, W = \frac{ABI}{R} \,.\, W$$

تفاوت نیروی استاتیکی با دینامیکی کم است. البته دقت شود که این سازه منظم می‌باشد.

$$V_{st} = \frac{۰/۳ \times ۲/۵ \times ۱}{۶} \times ۲۴۰ = ۳۰ \ \text{ton}$$

هم‌پایه کردن بازتاب‌ها:

$$\begin{cases} V_{dyn} = ۲۷/۵۷ \ \text{ton} \\ V_{st} = ۳۰ \ \text{ton} \end{cases} \quad \text{چون سازه منظم است} \quad \Rightarrow ۰/۹ \frac{۳۰}{۲۷/۵۷} = ۰/۹۸ < ۱$$ (پس لزومی به اصلاح بازتاب‌ها نیست)

براساس استاندارد ۲۸۰۰، برای هم‌پایه کردن دو حالت رخ می‌دهد:

الف- $V_{dyn} < V_{St}$

الف-۱ در سازه نامنظم: ضریب افزایش بازتاب‌ها $= \frac{V_{St}}{V_{dyn}}$

الف- ۲- در سازه منظم:

الف- ۲- ۱- اگر از طیف ویژه ساختگاه استفاده شود:

ضریب افزایش بازتاب‌ها $= ۰/۸ \frac{V_{St}}{V_{dyn}}$ (مشروط بر آنکه کمتر از یک نشود)

الف- ۲- ۲- از طیف استاندارد استفاده شود:

ضریب افزایش بازتاب‌ها $= ۰/۹ \frac{V_{St}}{V_{dyn}}$ (مشروط بر آنکه کمتر از یک نشود)

ب- $V_{dyn} > V_{St}$

در کلیه سازه‌ها: ضریب کاهش بازتاب‌ها $= \frac{V_{St}}{V_{dyn}}$

WWW.KHALVATI.IR